

試験開始まで,次のページ以降を見てはいけません。

ハーフサイズ 数 学

注 意 事 項

- 1 問題は次のページから始まります。試験開始までページを進めないようにし,注意事項をよく読んでください。
- 2 問題には解答用紙は付属していません。必要なら各自で用意してください。
- 3 問題には計算用紙は付属していません。各自で用意してください。枚数に制限はありません。
- 4 制限時間は 40 分です。各自で管理してください。
- 5 この科目は第 1 問に選択問題があります。数学Ⅲを履修済みか否かに応じて選択してください。

第 1 問 数学Ⅲ未履修者は(1)～(5)、数学Ⅲ履修者は(1)～(4)と(6)を解答すること。

(1) 数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 2a_n - 2$ を満たしている。 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) a を実数の定数とする。3次方程式

$$x^3 - ax + 17x - 2a - 3 = 0$$

が $x = 2 - 3i$ を解にもつとき、 a の値と残りの解を求めよ。

(3) 箱 A には数字 2,3,4,5,6,7 が書かれたカードが 1 枚ずつ計 6 枚

箱 B には数字 8,9,10,11,12,13 が書かれたカードが 1 枚ずつ計 6 枚入っている。

箱 A,箱 B からカードをそれぞれ 1 枚取り出すとき、

書かれている数字が互いに素である確率を求めよ。

(4) 曲線 $y = x^2 - 4x + 6$,直線 $y = \frac{1}{2}x$ および直線 $x = 4$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

(5) 関数 $f(x) = \log_2(x^2 - 6x + 17)$ の最小値と、最小値をとるときの x の値を求めよ。

(6) 関数 $f(x) = \frac{1}{x^3}$ のグラフの点(1,1)における接線の方程式を求めよ。

第2問

$OA=2, OB=3, \cos \angle AOB = \frac{1}{3}$ である三角形 OAB において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。

線分 OB の中点を Q , 線分 OA を $2:1$ に内分する点を R , 線分 AQ と BR の交点を P とする。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。
- (2) \overrightarrow{OP} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ。
- (3) 点 P から線分 AB におろした垂線の足を H とする。 \overrightarrow{OH} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表し、線分 PH の長さを求めよ。