

第1問

AとBがあるゲームを行う。このゲームでAが勝利する確率は $\frac{2}{3}$,Bが勝利する確率は $\frac{1}{3}$ である。このゲームを繰り返し行い、先に3勝したほうを優勝とする。

- (1) Aが3連勝する確率を求めよ。
- (2) Aが優勝する確率を求めよ。
- (3) ゲームが5回行われた条件のもとで、Aが優勝する確率を求めよ。

第2問

a を定数とする。2次関数

$$y = x^2 - 4ax + 5a^2 - 2a - 3$$

について以下の問いに答えよ。

- (1) 平方完成せよ。

この関数の $-1 \leq x \leq 2$ における最大値を M ,最小値を m とする。

- (2) M を a の値で場合分けして求めよ。
- (3) $M - m = 4$ を満たすような a の値をすべて求めよ。

第3問

三角形 ABC において、 $AB=\sqrt{5}$, $BC=3$, $CA=2$ とする。

- (1) $\cos \angle ABC$ の値を求めよ。
- (2) 三角形 ABC の面積を求めよ。
- (3) 三角形 ABC とは異なる平面に点 D をとる。点 D から三角形 ABC におろした垂線の足 H は三角形 ABC の外接円の中心に一致し、 $\angle DAH=30^\circ$ であった。
三角錐 ABCD の体積を求めよ。

第4問

命題

n^2 が 3 の倍数ならば n は 3 の倍数である ……(※)

について答えよ。

- (1) 命題(※)の逆・裏・対偶の命題を答えよ。
- (2) 命題(※)を証明せよ。
- (3) $\sqrt{3}$ が無理数であることを証明せよ。